マーケティング・リサーチ特論
～消費者異質性モデリング～

2026年度1学期：　　金曜3限

担当教員：　　　　　石垣　司

現代的なマーケティングの時代背景

消費価値観の変化に準じてマーケティングも進化

画一的価値観の市場（1950-70年代の日本）	価値観の分化した市場（1980-90年代の日本）	価値観の多様化した市場（2000年-現在の日本）
十人一色の時代 大量消費, 機能に価値 マス・マーケティング	マスからの脱却 ライフスタイルの共有に価値 セグメンテーション・マーケティング	十人十色の時代 個人の異なる価値, 価値共創 one to oneマーケティング

「消費する大衆」から
「生活者」へ

効用： $U_{itj} = f\left(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{x}_{itj}\right) + e_{itj}$

効用： $U_{itj} = f\left(\boldsymbol{b}_s, \boldsymbol{x}_{itj}\right) + e_{itj}$

効用： $U_{itj} = f\left(\boldsymbol{b}_i, \boldsymbol{x}_{itj}\right) + e_{itj}$

線形回帰モデル再考 #1

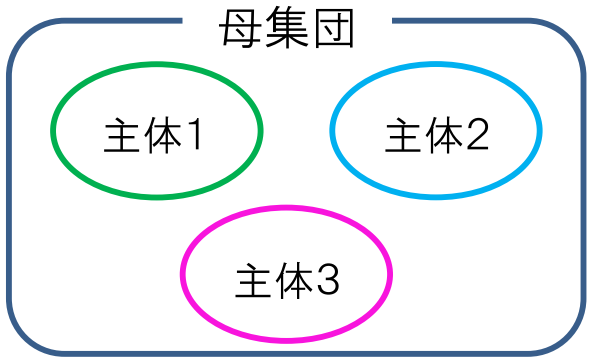
線形回帰モデルはデータ全体の線形傾向を集約

$$y_i = b_0 + b_1 x_i + e_i, e_i \sim N(0, \sigma^2)\ (i = 1, \dots, N)$$

– $i = 1, \dots, N$ のデータ $\{y_i, x_i\}$ を用いて回帰係数を推定する

集団や個人など複数の主体から発生したデータ群をまとめて線形回帰モデルで分析するとどうなるのか？

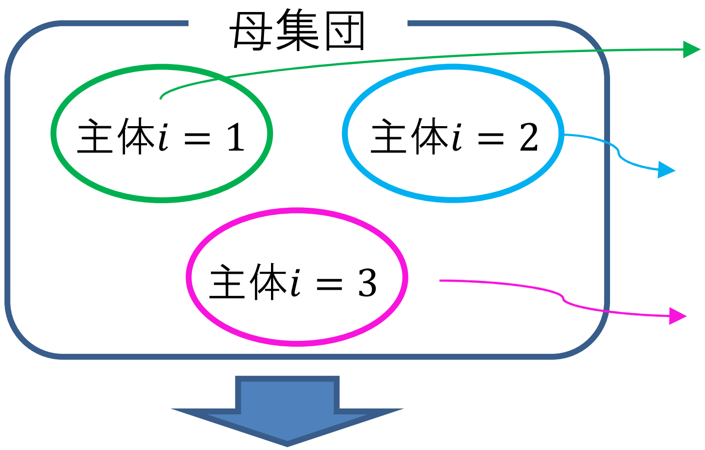
– 例: 宮城県の各高校の各生徒の成績
– 例: 日本全国の各支店の各従業員の売上
– 例: 世界各国の国民の意識調査
– 例: ポイント会員の各顧客の購買行動
– 例: サブスク会員の各利用者の利用行動



線形回帰モデル再考 #2

複数主体から発生したデータ群をまとめて一つの線形回帰モデルで分析するとどうなるのか？

- $i = 1, \dots, I\ (I \ll N)$ の主体がある
- 各 i のデータ $\{y_{it}, x_{it}\}(t = 1, \dots, N_i)$ が観測されている
- それらすべてをまとめて, データ $\{y_i, x_i\}\ (i = 1, \dots, N)$ とする



$\{y_{i=1,t}, x_{i=1,t}\}\ (t = 1, \dots, N_1)$

$\{y_{i=2,t}, x_{i=2,t}\}\ (t = 1, \dots, N_2)$

$\{y_{i=3,t}, x_{i=3,t}\}\ (t = 1, \dots, N_3)$

全部まとめて

$\{y_i, x_i\}\ (i = 1, \dots, N)$

$N = N_1 + N_2 + N_3$

- 独立同一分布からのサンプリングの仮定が成り立たない
  ⇒ 回帰係数の検定で第1種の過誤が増加
- 全体傾向と各主体の傾向の違いを把握できない

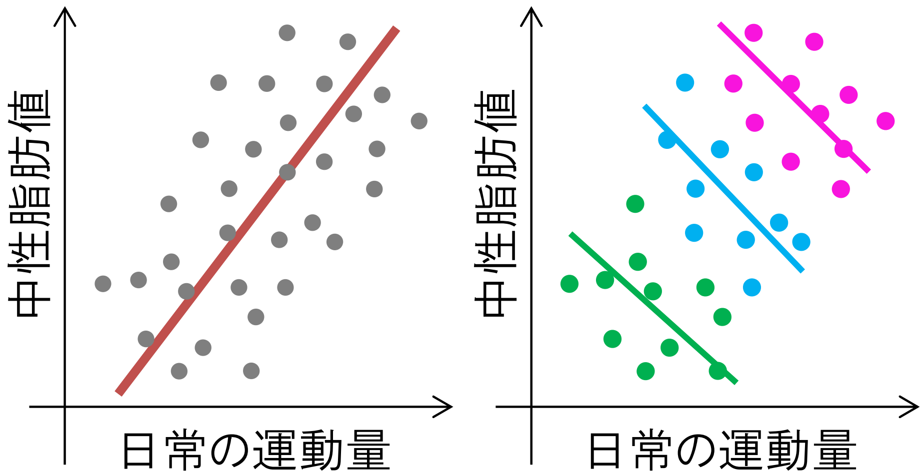
線形回帰モデル再考 #3

シンプソンのパラドックス(Simpson's paradox)

– **全体の傾向と部分の傾向が異なる現象**

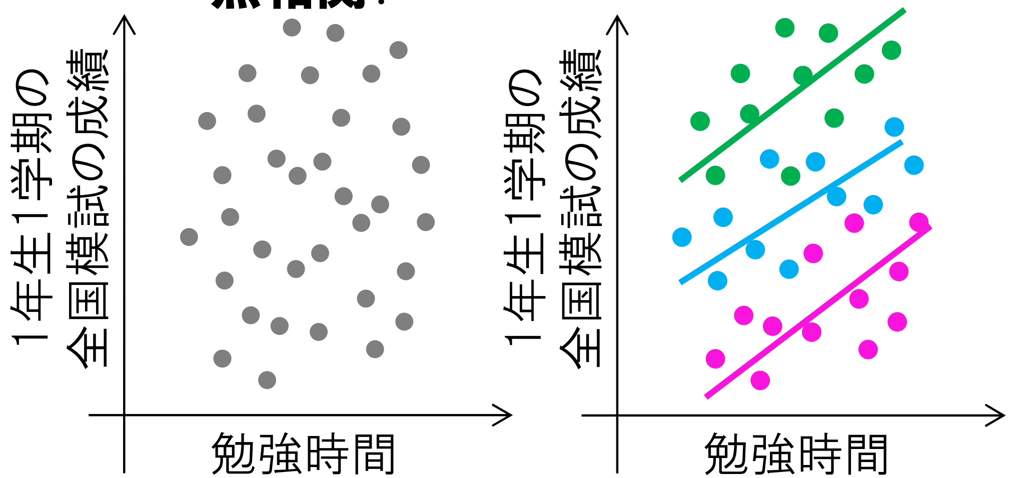
同じデータを分析しても, 分析の仕方によって真逆の結論を得てしまう

正の相関?



- 20代のデスクワーカー
- 40代の営業職
- 60代の肉体労働職

無相関?



- 入試難度高の高校
- 入試難度中の高校
- 入試難度低の高校

– **グループ・層などの集団や個・主体などの違いをモデル化することでパラドックス発生は避けられる**

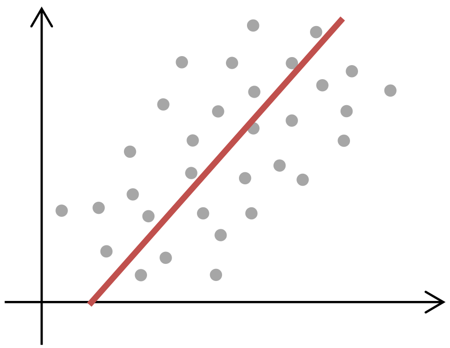
「個」の情報

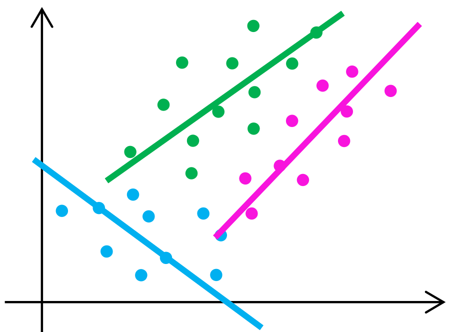
全体の傾向の情報量 ≤ 主体毎の傾向の情報量

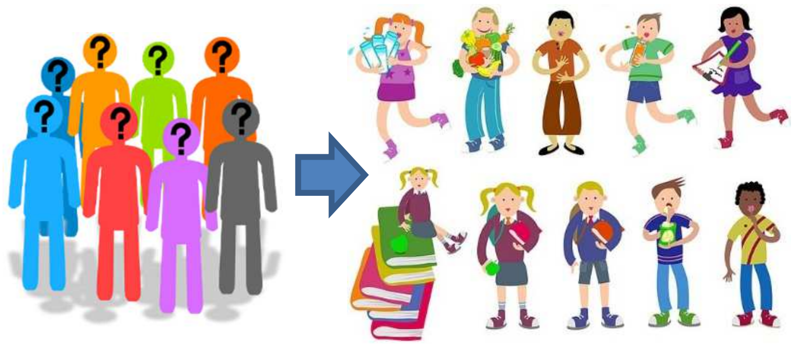
- 例：日本人全体の傾向よりも市町村別の傾向を知った方が，より地域での問題解決に資する情報となりやすい
- 例：消費者全体の傾向よりも顧客一人一人の傾向を知った方が，よりその顧客に適したサービスを提供しやすい

「個」の情報は価値観やライフスタイルの多様性が進んだ現代的な問題解決の核

⇒ 階層ベイズモデルによる「個」の統計モデル化



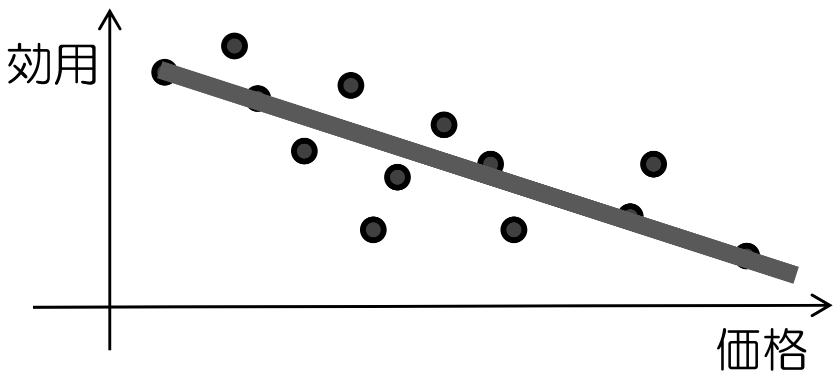




ビッグデータの本質的な情報不足

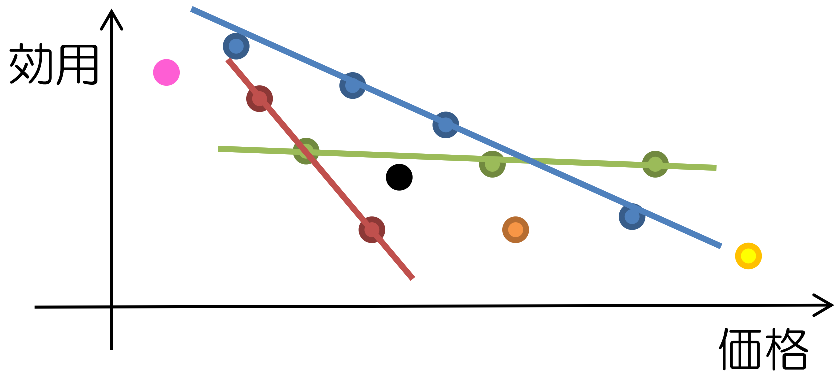
個人毎の係数 b_i の推定にはデータが不足

- 購買やブランド選択データは総量としてビッグデータの傾向
- しかし, 個人 i のブランド j の購買データは少量の場合が多く, 個人の係数 b_i の安定的な回帰係数の推定が難しい



【全体の傾向の係数 b の推定】

推定したいパラメータの数に対して、十分なサンプルサイズを得られる



【個人の係数 b_i の推定】

サンプルサイズ不足で安定した回帰係数の推定が難しい

● はサンプルが1つ増えると傾向がガラッと変わる可能性大

● ● ● ● は傾きを推定できない

階層ベイズモデルによる b_i の推定

安定的に b_i を推定するために，消費者全体の情報から一人の消費者 i の情報の事前分布 $p(b_i)$ を創りベイズ推定

事前分布の事前分布 $\Phi \sim p(\Phi)$

事前分布 $p(\boldsymbol{b}_i)$： $\boldsymbol{b}_i = \Phi \boldsymbol{d}_i + \boldsymbol{\varepsilon}_i, \boldsymbol{\varepsilon}_i \sim N_p(\boldsymbol{m}, V)$

線形回帰モデル $\boldsymbol{y}_i = X_i \boldsymbol{b}_i + \boldsymbol{e}_i, \boldsymbol{e}_i \sim N(\boldsymbol{0}, \sigma^2 I)$

- b_i： **消費者 i 毎に異なる回帰係数ベクトル（主の推定対象）**
- d_i： **事前分布を創るための消費者 i の情報**
  消費者のデモグラフィック属性データなど
- Φ： **全消費者に共通の回帰係数行列**

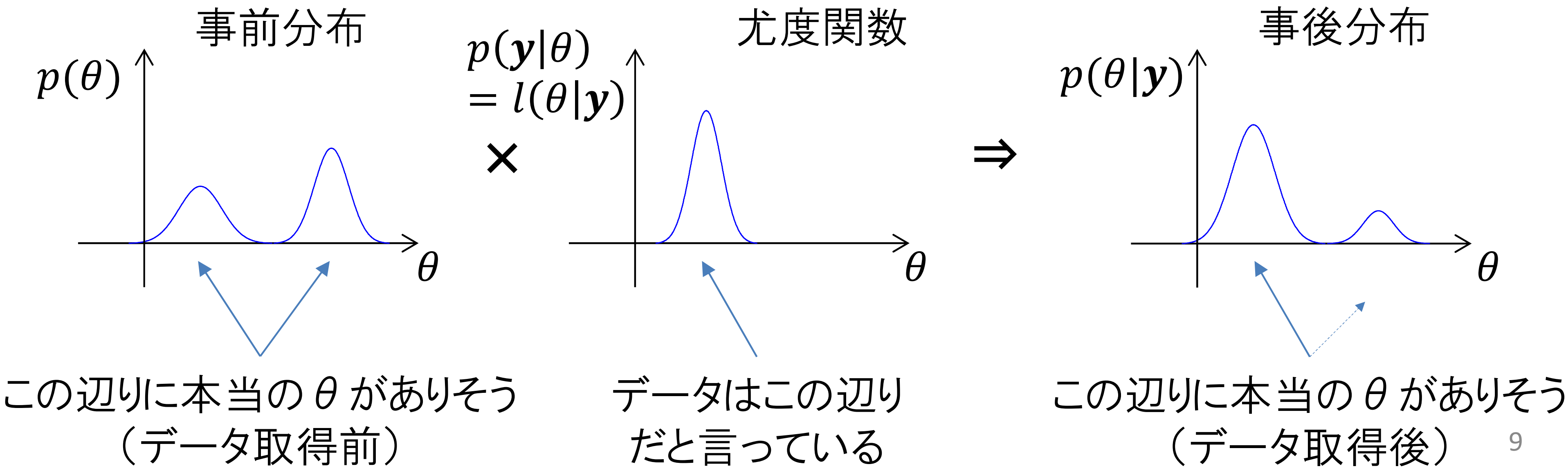
復習: 事前分布 $p(\boldsymbol{\theta})$ と事後分布 $p(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{y})$

事前分布 $p(\theta)$: 事前に持っているパラメータの情報

- パラメータに関する分析者の主観, 信念, 確信度などを確率分布によって表現

事後分布 $p(\theta|\boldsymbol{y})$: データで更新されたパラメータの情報

- これが知りたい情報そのもの



共役事前分布 #1

共役事前分布

- 事前分布と事後分布が同じクラスの確率分布となるとき，そのような事前分布を共役事前分布とよぶ

  読み方：共役（キョウヤク）

  例：正規分布×正規分布＝正規分布

共役事前分布を利用した推定

- 長所：解析的に事後分布が導出できる

  数値計算の必要なし．近似無しの正確な事後分布を計算可能

- 短所：利用できる分布が限られている

  前回の授業で導出した事後分布（正規分布&単回帰モデル）は共役事前分布を利用していたため解析的に導出できた

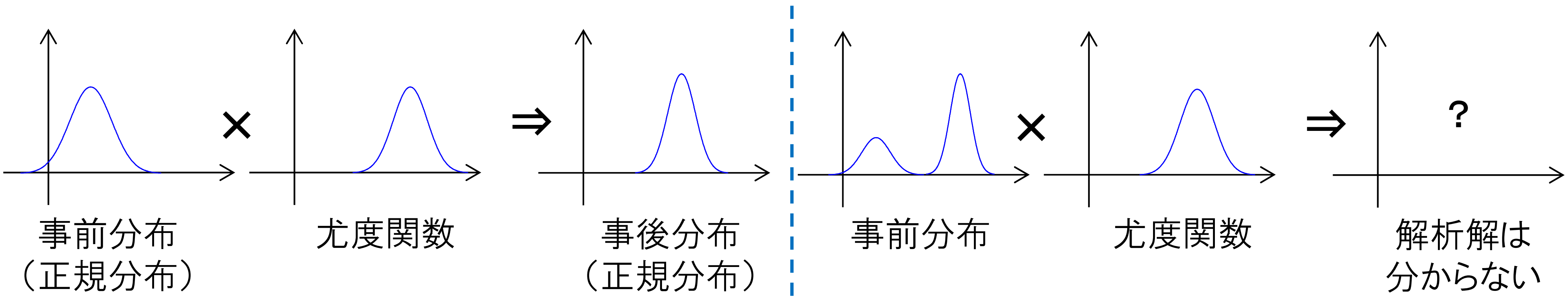
  共役事前分布が存在しない統計モデルのパラメータも多数

共役事前分布 #2

これ以降に利用する共役事前分布

推定したいパラメータ	共役事前分布	事後分布
正規分布の平均 （単回帰モデルの傾き）	正規分布	正規分布
正規分布の分散	逆ガンマ分布	逆ガンマ分布
多変量正規分布の平均ベクトル	多変量正規分布	多変量正規分布
多変量正規分布の分散共分散行列	逆ウィシャート分布	逆ウィシャート分布

【正規分布の平均 μ の推定】



正規分布の平均の事後分布 #1

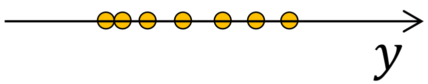
正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ の分散 σ^2 は既知として，データ y が観測されたときの平均 μ の事後分布を導出

条件1： $y_i \sim \mathrm{i.i.d.}\, N(\mu, \sigma^2), (i = 1, \ldots, N)$

条件2： μ **の事前分布に正規分布** $N(m, v^2)$ **を設定**

【問】各データは
$N(\mu, \sigma^2)$ から発生

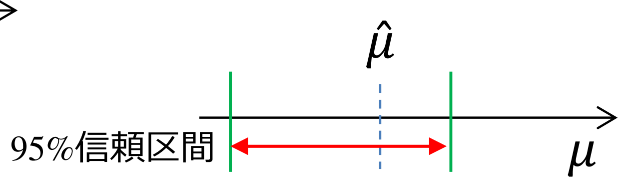
μ の値は？



【頻度論の推定の枠組み】

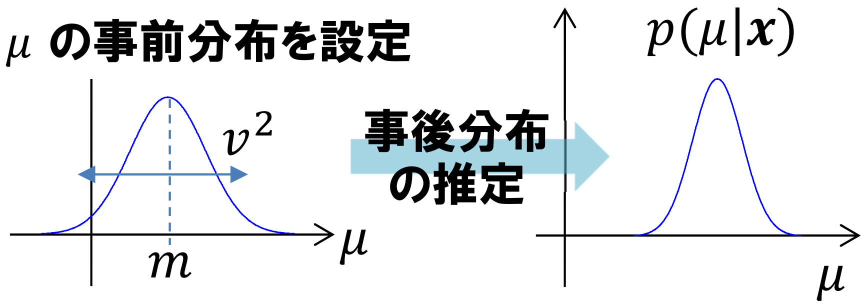
μ はパラメータで定数

統計量/最尤法による点推定
信頼区間による区間推定



【ベイズ統計学の推定の枠組み】

μ は確率変数で μ にも確率分布を考える



正規分布の平均の事後分布 #2

$f_N(\mu; m, v^2)$: μ に関する平均 m, 分散 v^2 の
正規分布の確率密度関数

μ の事後分布の導出

- 平均 μ の事前分布(正規分布)の確率密度関数

$$p(\mu) = f_N(\mu; m, v^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi v^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2v^2}(\mu - m)^2\right\}$$

- 尤度関数

$$p(\boldsymbol{y}|\mu, \sigma^2) = l(\mu|\boldsymbol{y}, \sigma^2) = \prod_{i=1}^{N} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(y_i - \mu)^2\right\}$$

- 平均 μ の事後分布の確率密度関数

$$p(\mu|\boldsymbol{y}, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \frac{v^2\sigma^2}{Nv^2 + \sigma^2}}} \exp\left\{-\frac{1}{2\frac{v^2\sigma^2}{Nv^2 + \sigma^2}}\left(\mu - \frac{N\bar{y}v^2 + m\sigma^2}{Nv^2 + \sigma^2}\right)^2\right\}$$

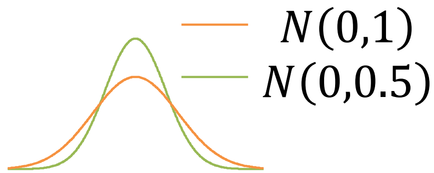
$$= f_N\left(\mu; \frac{N\bar{y}v^2 + m\sigma^2}{Nv^2 + \sigma^2}, \frac{v^2\sigma^2}{Nv^2 + \sigma^2}\right)$$

check!

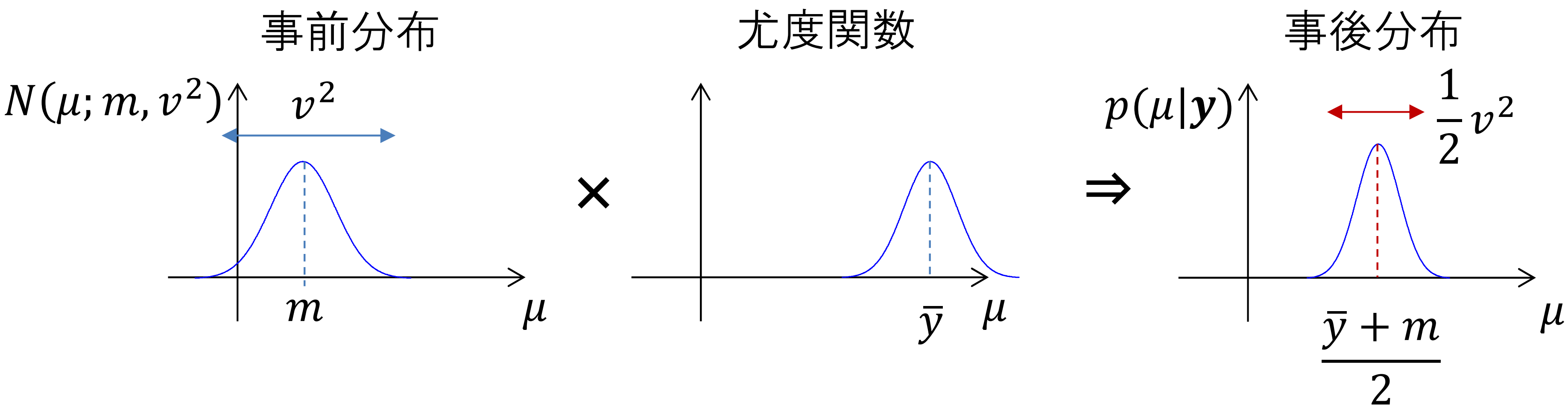
正規分布の平均の事後分布 #3

例：$\sigma^2 = v^2 = 1$ かつ $N = 1$ のときの事後分布

$$\mu | \boldsymbol{y}, \sigma^2 \sim N\left(\frac{\bar{y} + m}{2}, \frac{1}{2}\right)$$



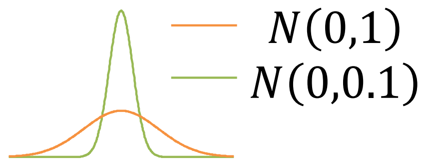
- 事後分布の平均は事前分布と尤度の中間点
- 事後分布の分散は事前分布の半分になる（推定の精度が向上している）



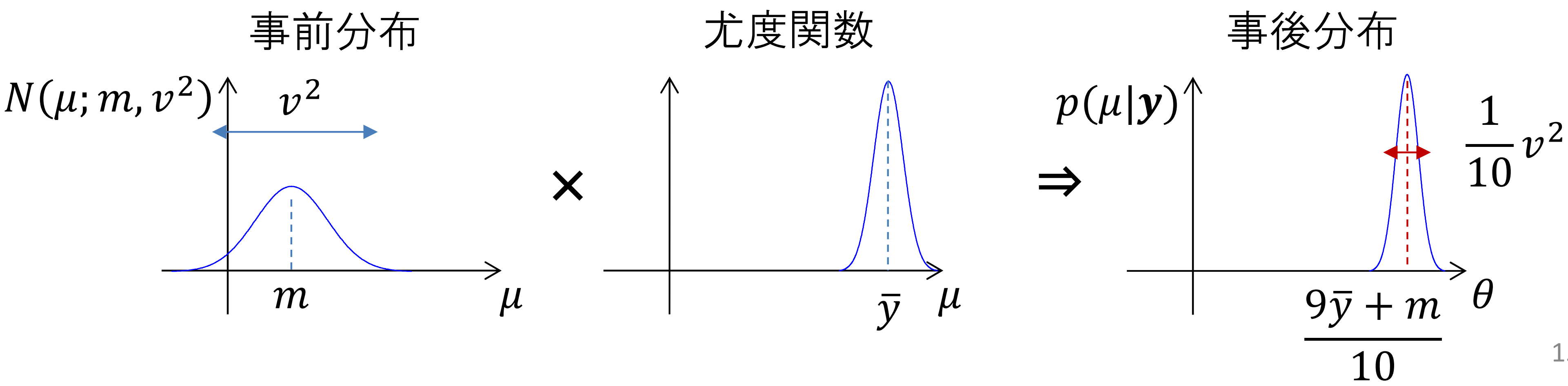
正規分布の平均の事後分布 #4

例： $\sigma^2 = v^2 = 1$ **かつ** $N = 9$ **のときの事後分布**

$$\mu | \boldsymbol{y}, \sigma^2 \sim N\left(\frac{9\bar{y} + m}{10}, \frac{1}{10}\right)$$



- **事後分布の平均はサンプルサイズ** N **に比例して尤度の情報が支配的になっていく**
- **事後分布の分散はサンプルサイズ** N **に反比例して小さくなる（推定の精度が向上する）**



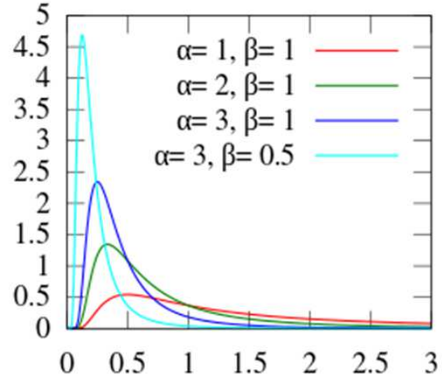
正規分布の分散の事後分布

正規分布 $N(\mu,\sigma^2)$ の平均 μ は既知として，データ y が観測されたときの分散 σ^2 の事後分布を導出

σ^2 の事後分布の導出

- **分散 σ^2 の事前分布（逆ガンマ分布）の確率密度関数**

$$p(\sigma^2;\alpha,\beta) = f_{IG}(\sigma^2;\alpha,\beta) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}\frac{\exp(-\beta/\sigma^2)}{(\sigma^2)^{\alpha+1}}$$



逆ガンマ分布の確率密度関数（wikipedia）

- **尤度関数**

$$p(\boldsymbol{y}|\mu,\sigma^2) = \prod_{i=1}^{N}\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(y_i-\mu)^2\right\}$$

- **分散 σ^2 の事後分布の確率密度関数**

$$p(\sigma^2|\boldsymbol{y},\mu) = \frac{\left(\beta+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}(y_i-\mu)^2\right)^{\alpha+\frac{N}{2}}}{\Gamma(\alpha+\frac{N}{2})}\frac{\exp\left[-\frac{1}{\sigma^2}\left\{\beta+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}(y_i-\mu)^2\right\}\right]}{(\sigma^2)^{\alpha+1+\frac{N}{2}}}$$

$$= f_{IG}\left(\sigma^2;\alpha+\frac{N}{2},\beta+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}(y_i-\mu)^2\right)$$

check!

同時分布 $p(\mu,\sigma^2)$ の事後分布 #1

正規分布 $N(\mu,\sigma^2)$ の平均 μ と分散 σ^2 の同時分布 $p(\mu,\sigma^2)$ の事後分布を導出

$$p(\mu,\sigma^2) = p(\mu|\sigma^2)p(\sigma^2)$$

– **事前分布の設定**

$$\mu|\sigma^2 \sim N(m,\sigma^2), \sigma^2 \sim IG(\alpha,\beta)$$

$IG(\alpha,\beta)$：逆ガンマ分布

– **事前分布の確率密度関数**

$$p(\mu,\sigma^2) = p(\mu|\sigma^2)p(\sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(\mu-m)^2\right\}\frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}\frac{\exp(-\beta/\sigma^2)}{(\sigma^2)^{\alpha+1}}$$

– **尤度関数**

$$p(\boldsymbol{y}|\mu,\sigma^2) = \prod_{i=1}^{N}\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(y_i-\mu)^2\right\}$$

同時分布 $p(\mu, \sigma^2)$ の事後分布 #2

– μ, σ^2 の事後分布の確率密度関数

$$p(\mu, \sigma^2|\boldsymbol{y}) = \prod_{i=1}^{N}\left[\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(y_i-\mu)^2\right\}\right]\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(\mu-m)^2\right\}\frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}\frac{\exp(-\beta/\sigma^2)}{(\sigma^2)^{\alpha+1}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{2\pi\sigma^2}{N+1}}}\exp\left\{-\frac{1}{2\left(\frac{\sigma^2}{N+1}\right)}\left(\mu-\frac{m+N\bar{y}}{N+1}\right)^2\right\}$$

$$\frac{\left(\beta+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}(y_i-\bar{y})^2+\frac{N}{2(N+1)}(m-\bar{y})^2\right)^{\alpha+\frac{N+1}{2}}}{\Gamma(\alpha+\frac{N+1}{2})}\frac{\exp\left(-\frac{1}{\sigma^2}\left\{\beta+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}(y_i-\bar{y})^2+\frac{N}{2(N+1)}(m-\bar{y})^2\right\}\right)}{(\sigma^2)^{\alpha+\frac{N+3}{2}}}$$

– μ の条件付き事後分布

$$\mu|\sigma^2, \boldsymbol{y} \sim N\left(\frac{m+N\bar{y}}{N+1}, \frac{\sigma^2}{N+1}\right)$$

– σ^2の周辺事後分布

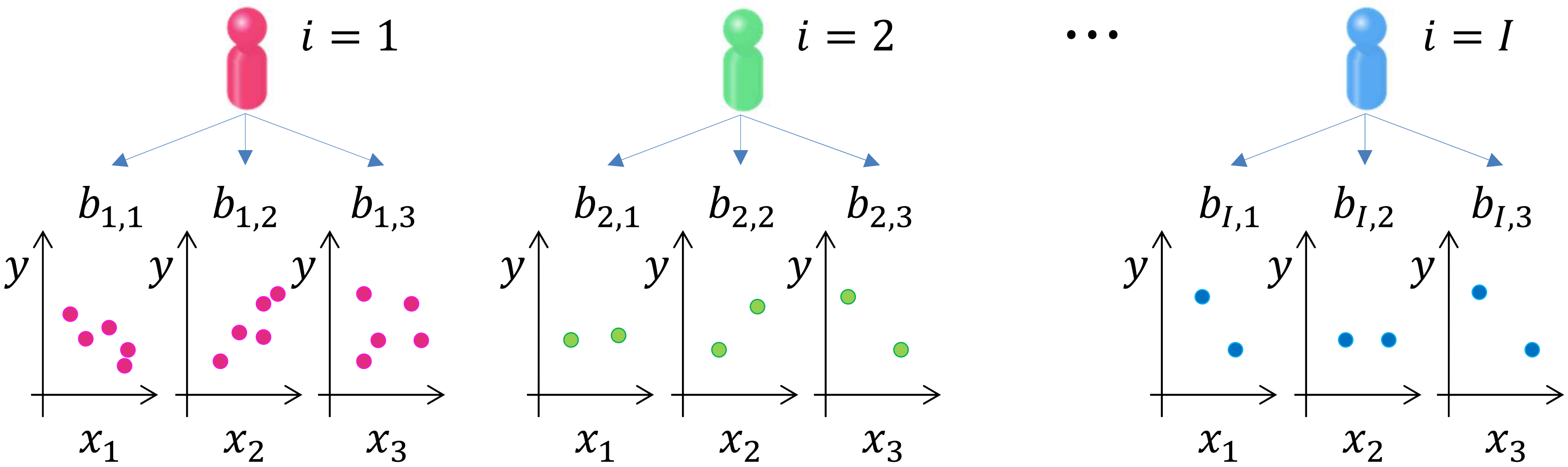
$$\sigma^2|\boldsymbol{y} \sim IG\left(\alpha+\frac{N+1}{2}, \beta+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}(y_i-\bar{y})^2+\frac{N}{2(N+1)}(m-\bar{y})^2\right)$$

階層ベイズ線形回帰モデル #1

尤度関数(個体内モデル)**:** $\boldsymbol{y}_i = X_i \boldsymbol{b}_i + \boldsymbol{e}_i, \boldsymbol{e}_i \sim N_N(\boldsymbol{0}, \sigma_i^2 I)$

$$\boldsymbol{y}_i = \left[y_{i1}, \dots, y_{iN_i}\right]^T, \boldsymbol{b}_i = [b_{i1}, \dots, b_{iP}]^T$$

- **消費者 i にそれぞれの回帰係数 b_i と誤差分散 σ_i^2 を設定**



$\{\boldsymbol{b}_i\}$と$\{\sigma_i^2\}$を安定的に推定したいが消費者一人一人のデータは少ない傾向

特にとのパラメータの安定的な推定は最小二乗推定や最尤推定では絶望的

$\{b_i\}$の推定のための事前分布を他のデータを用いて設定

階層ベイズ線形回帰モデル #2

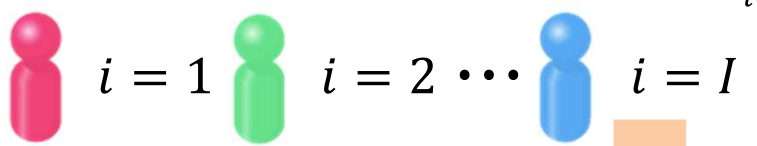
事前分布(個体間モデル): $\boldsymbol{b}_i = \Phi^T \boldsymbol{d}_i + \boldsymbol{\varepsilon}_i, \boldsymbol{\varepsilon}_i \sim N_{P+1}(\boldsymbol{0}, V)$

- **消費者 i の $\boldsymbol{b}_i$ の各要素 $\{b_{ip}\}_{p=0,1,\ldots,P}$ の値(分布の平均)は, 消費者 i の属性 d_i の回帰モデルで表現できる, という期待**

  パラメータ: 回帰係数行列 Φ, 分散共分散行列 V

- **$\boldsymbol{b}_i$ は確率変数 $\boldsymbol{b}_i \sim N_{P+1}(\Phi^T \boldsymbol{d}_i, V)$**

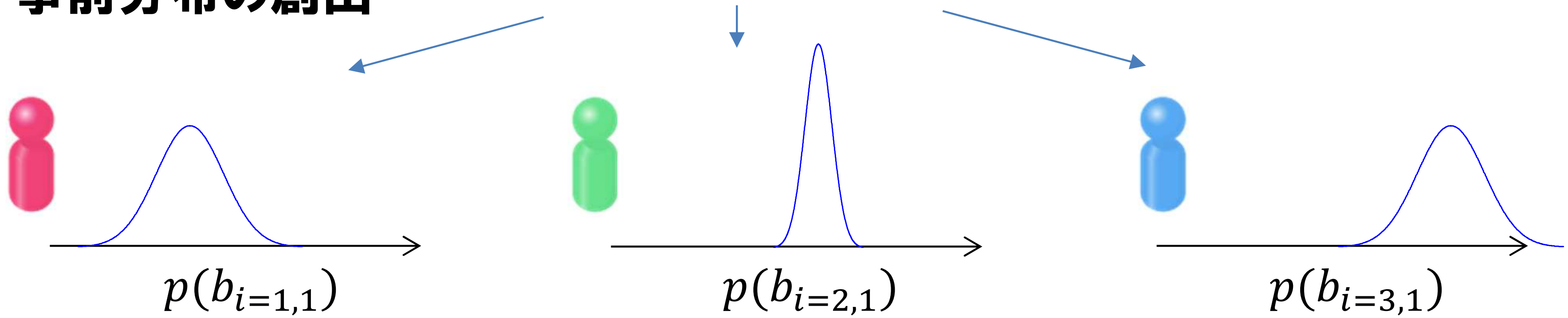
消費者の属性データ



$\boldsymbol{d}_{i=1} = [40$代, 核家族, 内向的, …$]^T$
$\boldsymbol{d}_{i=2} = [20$代, 一人暮らし, 外交的, …$]^T$
$\ddots$
$\boldsymbol{d}_{i=I} = [60$代, 大家族, 外交的, …$]^T$

回帰係数行列 Φ ← 全消費者のデータから推定

事前分布の創出



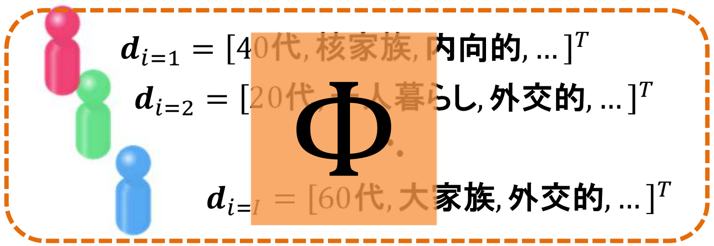
階層ベイズ線形回帰モデル #3

階層モデル

個体間モデル $p(\boldsymbol{b}_i)$: $\boldsymbol{b}_i = \Phi \boldsymbol{d}_i + \boldsymbol{\varepsilon}_i, \boldsymbol{\varepsilon}_i \sim N_p(\boldsymbol{0}, V)$

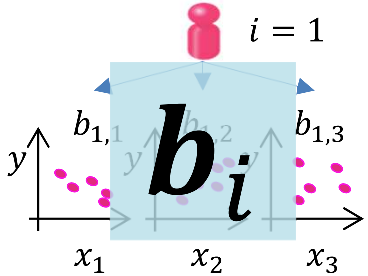
個体内モデル $\boldsymbol{y}_i = X_i \boldsymbol{b}_i + \boldsymbol{e}_i, \boldsymbol{e}_i \sim N(\boldsymbol{0}, \sigma^2 I)$

全消費者の属性データから作成したパラメータ



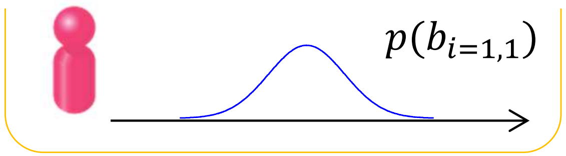
属性データ $\{\boldsymbol{d}_i\}$

消費者 i の傾向のパラメータ



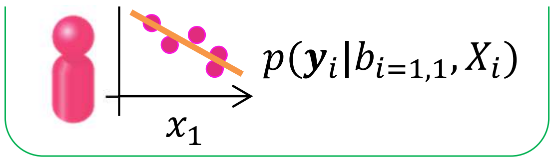
消費者 i の購買データ $\{\boldsymbol{y}_i, X_i\}$

事前分布(個体間モデル)



×

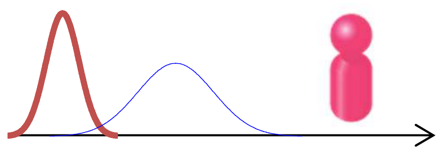
尤度関数(個体内モデル)



∝

事後分布

$p(b_{i=1,1} | \{y_i, X_i, d_i\})$



個人の係数$\{b_i\}$をベイズモデルで安定的に推定する仕組み

(次回: 事後分布の推定法)