

ソロ-方程式

$$Y = A \times F(K, L) \text{ ①}$$

← 2倍生産量

A: 技術水準 (外生変数) K: 資本, L: 労働力

仮定 規模拡大して収穫一定

例: KもLも2倍になるとYも2倍:

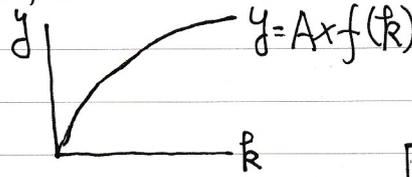
$$A \times F(2 \times K, 2 \times L) = 2 \times A \times F(K, L) \text{ ②}$$

$$\text{ひとりあたりだと} \frac{Y}{L} = y = \frac{1}{L} \times A \times F(K, L) = A \times F\left(\frac{K}{L}, 1\right) \text{ ③}$$

$$\frac{K}{L} = R \text{ とおくと } y = A \times f(R) \text{ ④}$$

つまり、労働者ひとりあたり生産量は技術水準と労働者ひとりあたり資本の関数

→ その形は? ↓、インサートから使おう



①貯蓄率 $S = s \times Y$

$$\therefore Y = (C + S) \text{ より } I = s \times Y \text{ ⑤}$$

$$Y = C + I$$

テストでは ΔL とかいていじりか。わかりにくい。拍子抜けあるから、 L' とかきす。今後は「 L' 」

②労働市場は均衡 $L = a \times \frac{N}{R}$

$$\frac{dL}{dt} = L' \text{ とおくと } L' \text{ は時間あたり労働増分}$$

③ $\frac{dK}{dt} = K'$ とおくと K' は時間あたり資本増分

$$\rightarrow \frac{L'}{L} = n \text{ ⑥ } n: \text{人口成長率}$$

$$K' = I - d \times K \text{ ⑦}$$

↓ 資本減り率

s, n, d は外生変数

◎ ほくらから知れたかな? → y はどう動くか? → $y = A \times f(R)$ のよ。Rの増加率ほど変化してるか?

$$\frac{dR}{dt} = R' \text{ とおると } R \text{ の増加率は } \frac{R'}{R} = \frac{1}{R} \times \frac{dR}{dt}$$

*自然対数として微分すると逆数になる
*Rで微分すると時間あたり変化率になる

⇒ 自然対数として微分 時間あたり変化率かわる

対象式は? Rに代入して知る? とから始めよう。 $R = \frac{K}{L}$

$$\text{自然対数をとると } \log_e R = \log_e K - \log_e L \text{ ⑧}$$

対微分おと

$$\rightarrow \text{左辺 } \frac{d \log_e R}{dt} = \frac{d \log_e R}{dR} \times \frac{dR}{dt} = \frac{1}{R} \times \frac{dR}{dt} = \frac{R'}{R} \text{ ⑨}$$

自然対数として微分すると逆数になる

$$\begin{aligned} \text{右辺} \frac{d \log_e K}{dt} &= \frac{d \log_e K}{dK} \times \frac{dK}{dt} - \frac{d \log_e L}{dL} \times \frac{dL}{dt} \\ &= \frac{1}{K} \times K' - \frac{1}{L} \times L' = \frac{K'}{K} - \frac{L'}{L} \end{aligned}$$

自然対数として
微分すると
逆数になる

$$\begin{aligned} \therefore \left(\frac{L'}{L} = n \right. & \quad \text{と仮定すると} \\ K' &= I - d \times K \\ &= \frac{I - d \times K}{K} - n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore I - s \times Y & \text{と仮定して} \\ &= \frac{s \times Y - d \times K}{K} - n \quad \textcircled{10} \end{aligned}$$

$$\textcircled{10} - \textcircled{9} \text{ だと } \frac{R'}{R} = \frac{s \times Y - d \times K}{K} - n = s \times \frac{Y}{K} - d - n = s \times \frac{Y}{K} - (n + d)$$

Rを両辺にかける

$$R' = s \times \frac{Y}{K} \cdot R - (n + d)R = s \times \frac{Y}{K} \times \frac{K}{L} - (n + d) = s \times y - (n + d)$$

$$\text{よって } R' = s \times y - (n + d)R \quad \textcircled{11} \quad \leftarrow \text{'人口方程式'}$$